

Mehrfache komplexe Nullstellen

a) Zeigen Sie, dass im Falle mehrfacher komplexer Nullstellen der Ansatz

$$\int \frac{dx}{(x^2 + \beta^2)^k} = \frac{Ax + B}{(x^2 + \beta^2)^{k-1}} + C \int \frac{dx}{(x^2 + \beta^2)^{k-1}}$$

mit

$$A = \frac{1}{2\beta^2(k-1)}, B = 0, C = \frac{2k-3}{2\beta^2(k-1)}$$

zum Erfolg führt ($k = 2, 3, \dots$).

Hinweis: Differenzieren, Multiplikation mit $(x^2 + \beta^2)^k$, Koeffizientenvergleich.

b) Berechnen Sie mit dieser Methode

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 2x + 5)^2}.$$